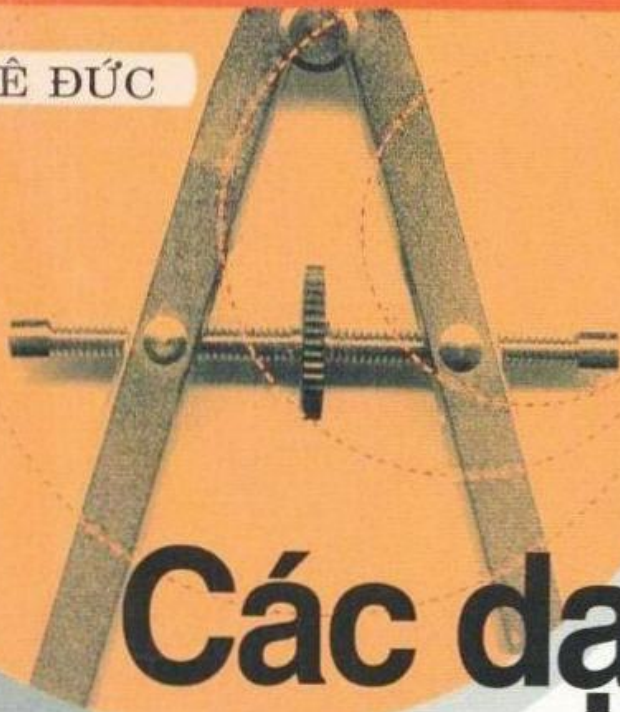


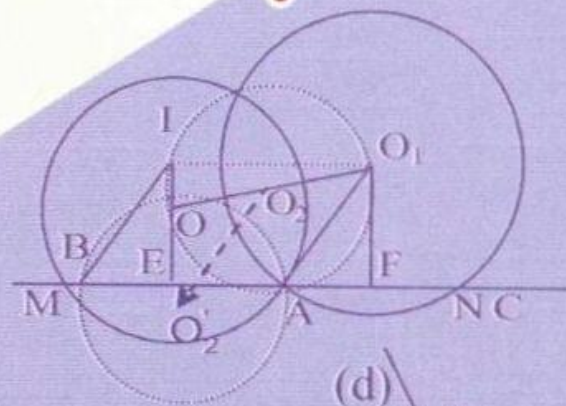
LÊ ĐỨC



- Biên soạn theo chương trình SGK phân ban mới
- Rèn kĩ năng giải bài tập và luyện thi

# Các dạng Toán điển hình Hình học

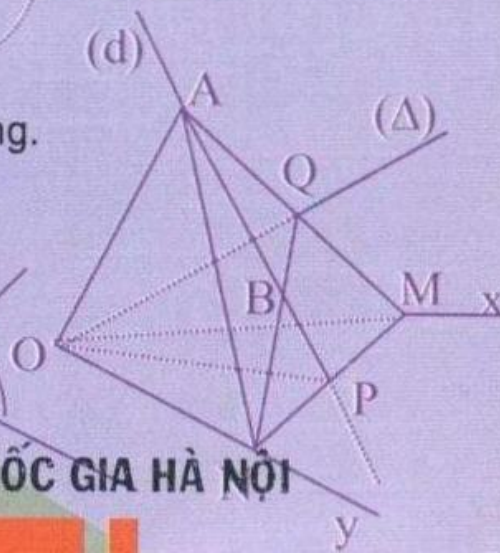
# 11



- Phép dời hình và phép đồng dạng trong mặt phẳng.
- Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.  
Quan hệ song song.
- Vectơ trong không gian.  
Quan hệ vuông góc trong không gian.



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI



LÊ ĐỨC



# Các dạng Toán điển hình **Hình học** **11**

- Biên soạn theo chương trình phân ban mới.
- Rèn kỹ năng giải toán. • Ôn tập và chuẩn bị cho các kì thi quốc gia... do Bộ GD&ĐT tổ chức.



**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**

**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**  
16 Hàng Chuối - Hai Bà Trưng - Hà Nội  
ĐT (04) 39714896; (04) 39724770. Fax: (04) 93714899

\*\*\*

*Chịu trách nhiệm xuất bản:*

*Giám đốc* **PHÙNG QUỐC BẢO**  
*Tổng biên tập* **PHẠM THỊ TRÂM**

*Biên tập nội dung*

**THU HIỀN**

*Sửa bài*

**LÊ HÒA**

*Chế bản*

**CÔNG TI ANPHA**

*Trình bày bìa*

**SƠN KỶ**

*Đối tác liên kết xuất bản*

**CÔNG TI ANPHA**

SÁCH LIÊN KẾT

**CÁC DẠNG TOÁN ĐIỂN HÌNH HỌC 11**

Mã số: 1L-258DH2009

In 2.000 cuốn, khổ 16 x 24 cm tại công ty TNHH in Bao bì Hưng Phú

Số xuất bản: 895-2009/CXB/06-155/DHQGHN, ngày 28/09/2009

Quyết định xuất bản số: 258 LK-TN/XB

In xong và nộp lưu chiểu quý IV năm 2009.

# GIỚI THIỆU CHUNG

*Xin trân trọng giới thiệu tới bạn đọc cuốn sách:*

## **CÁC DẠNG TOÁN ĐIỂN HÌNH HÌNH HỌC 11**

*do Nhóm Cựu Môn biên soạn. Cuốn sách được viết dựa trên ý tưởng trình bày của bộ sách **Phương pháp giải Toán** (gồm 11 tập) do Lê Hồng Đức chủ biên và đã được NXB Hà Nội ấn hành.*

*Cuốn sách bao gồm 3 chương:*

### **Chương I – PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG**

### **Chương II – ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN QUAN HỆ SONG SONG**

### **Chương III – VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN QUAN HỆ VUÔNG GÓC**

*Ở mỗi chương chứa đựng các bài học (chủ đề 1, chủ đề 2, ...) theo nội dung chương trình của sách giáo khoa mới.*

*Mỗi bài học đều được chia thành 4 mục:*

**I. Tóm tắt lý thuyết:** Trình bày có trật tự nội dung kiến thức liên quan.

**II. Phương pháp giải toán (hoặc các ví dụ mẫu)**

*Gồm các ví dụ được tuyển chọn có chọn lọc nhằm giúp hoàn thiện kiến thức cơ bản và nâng cao kỹ năng giải Toán.*

**III. Một số phương pháp giải câu hỏi trắc nghiệm**

**IV. Bài tập tự giải**

*Như vậy, ở mỗi bài học:*

- 1. Với việc trình bày mục tóm tắt lý thuyết, sẽ giúp các em học sinh hiểu rằng cần phải nắm vững những nội dung gì.*
- 2. Tiếp đó, tới mục phương pháp giải toán, sẽ giúp các em học sinh hoàn thiện kiến thức.*

3. Đặc biệt là nội dung của các **chú ý, nhận xét** và **yêu cầu** sau mỗi ví dụ sẽ giúp các em học sinh củng cố những thiếu sót và cách nhìn nhận, đánh giá các vấn đề đặt ra.
4. Ngoài ra, còn có rất nhiều ví dụ được giải bằng nhiều cách khác nhau sẽ giúp các em học sinh trở nên linh hoạt trong việc lựa chọn phương pháp giải.

Chúng tôi cũng xin trân trọng cảm ơn các bạn đồng nghiệp đã nhận lời đọc bản thảo, nhận lời tới dự giờ trong các tiết giảng thử của chúng tôi theo giáo trình này và từ đó đóng góp những nhận xét quý báu để giúp chúng tôi tới ngày hôm nay hoàn thiện được cuốn sách này.

Cuối cùng, cho dù đã rất cố gắng, nhưng thật khó tránh khỏi những thiếu sót bởi những hiểu biết và kinh nghiệm còn hạn chế, chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của bạn đọc gần xa.

Mọi ý kiến đóng góp xin liên hệ tới:

**Trung tâm sách giáo dục Anpha**

225C Nguyễn Tri Phương, P.9, Q.5, Tp. HCM.

**- Công ti sách - thiết bị giáo dục Anpha**

50 Nguyễn Văn Săng, Quận Tân Phú, TP.HCM

ĐT: 08.62676463, 38547464.

Email: [alphabookcenter@yahoo.com](mailto:alphabookcenter@yahoo.com)

Xin trân trọng cảm ơn!

**ABC**

## CHƯƠNG I

# PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG

## CHỦ ĐỀ 1 MỞ ĐẦU VỀ PHÉP BIẾN HÌNH

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

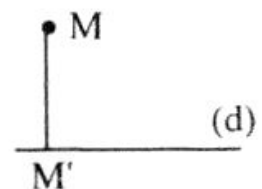
**Định nghĩa:** *Phép biến hình là một quy tắc để với mỗi điểm  $M$  của mặt phẳng xác định được một điểm duy nhất  $M'$  của mặt phẳng, điểm  $M'$  gọi là ảnh của điểm  $M$  qua phép biến hình đó.*

Nếu ta kí hiệu một phép biến hình nào đó là  $f$  thì:

- $M_1 = f(M)$ .
- Nếu  $H$  là một hình nào đó thì tập hợp các điểm  $M' = f(M)$ , với  $M \in H$ , tạo thành hình  $H'$ , ta viết  $H' = f(H)$ .

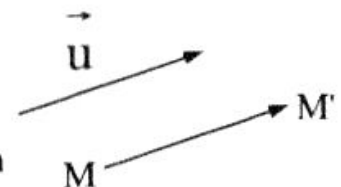
### B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

**Ví dụ 1:** Cho đường thẳng  $(d)$ . Với mỗi điểm  $M$ , ta xác định  $M'$  là hình chiếu (vuông góc) của  $M$  trên  $(d)$  thì ta được một phép biến hình.



Phép biến hình này gọi là **phép chiếu vuông góc lên đường thẳng  $(d)$** .

**Ví dụ 2:** Cho vector  $\vec{u}$ , với mỗi điểm  $M$  ta xác định điểm  $M'$  theo quy tắc  $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ .



Như vậy, ta cũng có một phép biến hình. Phép biến hình đó gọi là **phép tịnh tiến theo vector  $\vec{u}$** .

**Ví dụ 3:** Với mỗi điểm  $M$ , ta xác định điểm  $M'$  trùng với  $M$  thì ta cũng có được một phép biến hình.

Phép biến hình đó gọi là **phép đồng nhất**.

ABC

## BÀI TẬP TỰ GIẢI

**Bài tập 1:** Hãy vẽ ảnh của các hình sau qua phép chiếu vuông góc lên đường thẳng  $(d)$ :

- Đường tròn  $(O, R)$ .
- Đoạn thẳng  $AB = a$ , biết  $AB$  song song với  $(d)$ .
- Đoạn thẳng  $AB = a$ , biết  $AB$  vuông góc với  $(d)$ .
- Đoạn thẳng  $AB = a$ , biết góc  $(AB, d) = 30^\circ$ .
- Đoạn thẳng  $AB = a$ , biết góc  $(AB, d) = 60^\circ$ .

Nêu nhận xét về ảnh của các hình.

**Bài tập 2:** Nêu cách vẽ hình  $H'$  là ảnh của hình  $H$  qua phép tịnh tiến  $T$  theo vectơ  $\vec{u} \neq \vec{0}$ , biết  $H$  là:

- Đường thẳng  $d$ .
- Đoạn thẳng  $AB$ .
- Tam giác  $ABC$ .
- Hình bình hành  $ABCD$ .
- Đường tròn  $(O, R)$ .

**Bài tập 3:** Phép biến hình  $f$  biến hình  $H$  thành chính nó có phải là phép đồng nhất không ?

**Bài tập 4:** Nếu phép tịnh tiến biến hai điểm  $M$  và  $N$  lần lượt thành hai điểm  $M'$  và  $N'$  thì  $M'N' = MN$ .

**Bài tập 5:** Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

Từ đó, chứng minh rằng phép tịnh tiến biến:

- Đường thẳng thành đường thẳng.
- Tia thành tia.
- Đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- Tam giác thành tam giác bằng nó.
- Đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
- Góc thành góc bằng nó.

**Bài tập 6:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, tìm tọa độ điểm  $M'$  là ảnh của điểm  $M(x; y)$  qua phép tịnh tiến theo vectơ  $\vec{v}(a; b)$ .

## CHỦ ĐỀ 2 PHÉP TỊNH TIẾN VÀ PHÉP DỜI HÌNH

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. ĐỊNH NGHĨA PHÉP TỊNH TIẾN

**Định nghĩa:** Phép tịnh tiến vector  $\vec{v}$ , kí hiệu  $T_{\vec{v}}$  là một phép dời hình biến điểm  $M$  thành  $M'$  sao cho  $\overline{MM'} = \vec{v}$ .

#### 2. CÁC TÍNH CHẤT CỦA PHÉP TỊNH TIẾN

**Định lí 1:** Nếu phép tịnh tiến biến hai điểm  $M$  và  $N$  lần lượt thành hai điểm  $M'$  và  $N'$  thì  $M'N' = MN$ .

Ý nghĩa của định lí 1 là "Phép tịnh tiến không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kì"

**Định lí 2:** Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

**Hệ quả:** Phép tịnh tiến biến:

- Đường thẳng thành đường thẳng.
- Tia thành tia.
- Đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- Tam giác thành tam giác bằng nó.
- Đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
- Góc thành góc bằng nó.

#### 3. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA PHÉP TỊNH TIẾN

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, phép tịnh tiến theo vector  $\vec{v}(a; b)$  biến điểm  $M(x; y)$  thành điểm  $M'(x'; y')$  với:

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

#### 4. ỨNG DỤNG CỦA PHÉP TỊNH TIẾN

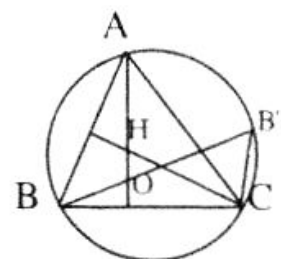
**Bài toán 1:** Cho hai điểm  $B$  và  $C$  cố định trên đường tròn  $(O, R)$  và một điểm  $A$  thay đổi trên đường tròn đó. Chứng minh rằng trực tâm tam giác  $ABC$  nằm trên một đường tròn cố định.

*Giải*

Nếu  $BC$  là đường kính thì trực tâm  $H$  của  $\Delta ABC$  chính là  $A$ . Vậy  $H$  nằm trên đường tròn cố định  $(O, R)$ .

Nếu  $BC$  không phải là đường kính, vẽ đường kính  $BB'$  của đường tròn.

Để thấy rằng nếu  $H$  là trực tâm của  $\Delta ABC$  thì  $\overline{AH} = \overline{B'C}$ .



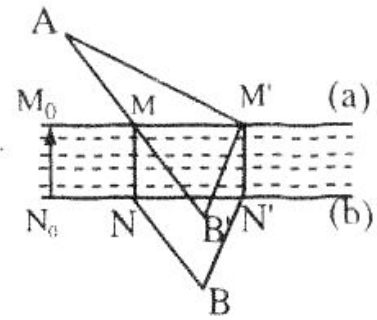


Như vậy, phép tịnh tiến theo vectơ cố định  $\overrightarrow{B'C}$  biến điểm A thành điểm H. Do đó, khi A thay đổi trên (O; R) thì trục tâm H luôn nằm trên đường tròn cố định là ảnh của đường tròn (O; R) qua phép tịnh tiến nói trên.

**Nhận xét:** Như vậy, bài toán trên đã minh họa việc sử dụng *phép tịnh tiến* để tìm quỹ tích điểm. Và đó là một trong số những ứng dụng điển hình của phép tịnh tiến.

**Bài toán 2:** Hai thôn nằm ở hai vị trí A và B cách nhau một con sông (xem rằng hai bờ sông là hai đường thẳng song song).

Người ta dự định xây một chiếc cầu MN bắc qua sông (tất nhiên cầu phải vuông góc với bờ sông) và đắp hai đoạn thẳng từ A đến M và từ B đến N. Hãy xác định vị trí của chiếc cầu MN sao cho  $AM + BN$  ngắn nhất.



**Giải**

Lấy điểm  $M_0 \in (a)$  ta có duy nhất điểm  $N_0 \in (b)$  sao cho  $M_0N_0 \perp (a)$  và  $M_0N_0 \perp (b)$ .

Gọi  $B' = T_{\overrightarrow{N_0M_0}} B$  và  $M = AB' \cap (a)$ , khi đó với điểm  $M'$  bất kì thuộc (a) tương ứng với điểm  $N'$  thuộc (b) (sao cho  $M'N' \perp (a)$ ) ta có:

Ta có:

$$M'A + N'B = M'A + M'B \geq AB' = MA + MB' = MA + NB.$$

Tức là  $AM + BN$  ngắn nhất.

**Nhận xét:** Như vậy, bài toán trên đã minh họa việc sử dụng *phép tịnh tiến* để thực hiện yêu cầu tối ưu (tìm điểm). Và đó cũng là một trong số những ứng dụng điển hình của phép tịnh tiến.

## 5. PHÉP DỜI HÌNH

**Định nghĩa:** *Phép dời hình là một phép biến hình không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.*

**Định lí:** *Phép dời hình biến:*

- *Phép dời hình biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng, ba điểm không thẳng hàng thành ba điểm không thẳng hàng.*
- *Đường thẳng thành đường thẳng.*
- *Tia thành tia.*
- *Đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.*
- *Tam giác thành tam giác bằng nó.*
- *Đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.*
- *Góc thành góc bằng nó.*

## B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

### Vấn đề 1: TÌM VECTO TỊNH TIẾN $\vec{v}$ BIẾN HÌNH $(H_1)$ THÀNH HÌNH $(H_2)$

Phương pháp áp dụng

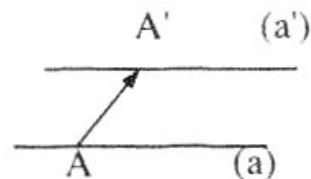
Sử dụng định nghĩa và tính chất của phép tịnh tiến.

**Chú ý:** Chúng ta sẽ gặp một yêu cầu tương tự đối với phép dời hình.

**Ví dụ 1:** (Bài 2/tr 9 – Sgk): Cho hai đường thẳng song song  $(a)$  và  $(a')$ . Tìm tất cả các phép tịnh tiến biến  $(a)$  thành  $(a')$ .

**Giải**

Mọi phép tịnh tiến  $T$  theo vectơ  $\vec{v} = \overline{AA'}$  với  $A \in (a)$  và  $A' \in (a')$  đều biến đường thẳng  $(a)$  thành  $(a')$ .



**Nhận xét:** Như vậy, với hai đường thẳng song song  $(a)$ ,  $(b)$  chúng ta có vô số các phép tịnh tiến biến  $(a)$  thành  $(b)$  và ngược lại. Các em học sinh hãy thực hiện thêm các yêu cầu sau:

- Tìm các phép tịnh tiến biến đoạn thẳng  $AB$  thành đoạn thẳng  $CD$ , với  $ABCD$  là hình bình hành.
- Cho bốn đường thẳng  $(a)$ ,  $(b)$ ,  $(a')$ ,  $(b')$  trong đó  $(a)$  cắt  $(b)$ ,  $(a) \parallel (a')$  và  $(b) \parallel (b')$ . Tìm phép tịnh tiến biến  $(a)$  thành  $(a')$  và biến  $(b)$  thành  $(b')$ .

**Ví dụ 2:** Cho hai đường tròn  $(C_1)$  và  $(C_2)$  lần lượt có tâm  $O_1$ ,  $O_2$  và đều có bán kính  $R$ . Tìm phép tịnh tiến biến  $(C_1)$  thành  $(C_2)$ .

**Giải**

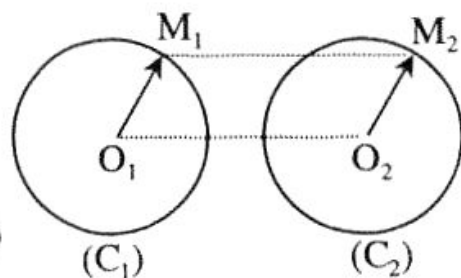
Lấy  $M_1$  tùy ý thuộc  $(C_1)$  và gọi  $M_2$  là ảnh của  $M$  qua  $T_{\overline{O_1O_2}}$ , ta có:

$$\begin{aligned} \overline{M_1M_2} &= \overline{O_1O_2} \Leftrightarrow \overline{O_1M_1} = \overline{O_2M_2} \\ \Rightarrow O_2M_2 &= R \Leftrightarrow M_2 \in (C_2) \end{aligned}$$

Ngược lại: lấy  $M_2$  là một điểm tùy ý thuộc  $(C_2)$  và gọi  $M_1$  là tạo ảnh của nó qua  $T_{\overline{O_2O_1}}$ , ta có:

$$\overline{M_1M_2} = \overline{O_1O_2} \Leftrightarrow \overline{O_1M_1} = \overline{O_2M_2} \Rightarrow O_1M_1 = R \Leftrightarrow M_1 \in (C_1)$$

Vậy, ta thấy  $(C_2)$  là ảnh của  $(C_1)$  qua phép tịnh tiến  $T_{\overline{O_1O_2}}$ .



**Nhận xét:** Như vậy, với hai đường tròn phân biệt  $(C_1)$ ,  $(C_2)$  có cùng bán kính chúng ta có duy nhất phép tịnh tiến biến  $(C_1)$  thành  $(C_2)$  và ngược lại. Câu hỏi đặt ra là "Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến đường tròn  $(C)$  thành chính nó?"

ABC